

## Проверка гипотезы об отсутствии тренда в ряду динамики. Метод Фостера-Стюарта.

Метод основан на проверке гипотезы о случайности уровней ряда. Этот метод может быть реализован в виде следующей последовательности шагов.

1) Каждый уровень ряда сравнивается со всеми предшествующими, при этом определяются значения вспомогательных характеристик  $m_t$  и  $l_t$ :

$$m_t = \begin{cases} 1, & \text{если } y_t > y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1 \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Таким образом,  $m_t = 1$ , если  $y_t$  больше всех предшествующих уровней. В свою очередь  $l_t = 1$ , если  $y_t$  меньше всех предшествующих уровней.

2) Вычисляется соотношение:

$$d_t = m_t - l_t \text{ для всех } t = \frac{2}{n}$$

Очевидно, что величина  $d_t$  может принимать значения 0; 1; -1.

3) Находится характеристика:

$$D = \sum_{t=2}^n d_t = \sum_{t=2}^n (m_t - l_t)$$

4) С помощью критерия Стьюдента проверяется гипотеза о том, что ряд можно считать случайным, не содержащим тренд. Для этого определяется соотношение:

$$t = \frac{D}{\sigma_D}$$

где  $\sigma_D$  – средняя квадратическая ошибка величины  $D$

$$\sigma_D = \sqrt{2 \sum_{t=2}^n \frac{1}{t}} \approx \sqrt{2 \ln n - 0,8456}$$

Таблица 1.1 – Значения стандартных ошибок  $\sigma_D$  для  $n$  от 10 до 100

$n$	$\sigma_D$	$n$	$\sigma_D$	$n$	$\sigma_D$	$n$	$\sigma_D$
10	1,964	35	2,509	60	2,713	85	2,837
15	2,153	40	2,561	65	2,742	90	2,857
20	2,279	45	2,606	70	2,769	95	2,876
25	2,373	50	2,645	75	2,793	100	2,894
30	2,447	55	2,681	80	2,816		

Расчетное значение  $t_{набл}$  сравнивается с критическим значением  $t_{кр}$ , взятым из таблицы  $t$  – распределения Стьюдента для заданного уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы  $n-1$ . Если  $t_{набл} > t_{кр}$ , то гипотеза об отсутствии тренда отвергается.

**Задача 1.1.** В таблице 1.2 представлены данные об изменении курса акций промышленной компании в течение месяца. Требуется проверить гипотезу об отсутствии тенденции в изменении курса акций с помощью метода Фостера-Стюарта. Доверительная вероятность принимается равной 0,95.

Таблица 1.2 – Курс акций, руб.

$t$	Y	$t$	Y	$t$	Y	$t$	Y
1	509	6	515	11	517	16	510
2	507	7	520	12	524	17	516
3	508	8	519	13	526	18	518
4	509	9	512	14	519	19	524
5	518	10	511	15	514	20	521

1. Вспомогательные вычисления по методу Фостера-Стюарта представлены в таблице 2.1.

1) Если уровень  $y_t$  больше всех предшествующих уровней, то в графе  $m_t$  ставим 1, если  $y_t$  меньше всех предшествующих уровней, то ставим 1 в графе  $l_t$ ;

2) Определяем  $d_t = m_t - l_t$  для  $t = 2 \div 20$ ;

$$3) D = \sum_{t=2}^{20} d_t = 3;$$

4) Значение  $\sigma_D = 2,279$  для  $n = 20$  (см. табл. 1.7 в учебном пособии).

Значение  $t_{кр}$  берем из таблицы  $t$ -распределения Стьюдента:

$$t_{кр} (\alpha = 0,05; \nu = 19) = 2,093; \quad t_n = \frac{D}{\sigma_D} = 1,316.$$

$t_n < t_{кр} \Rightarrow$  нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу  $H_0$  об отсутствии тренда.

Таблица 2.1.

Вспомогательные вычисления по методу Фостера-Стюарта

$t$	$y_t$	$m_t$	$e_t$	$d_t$	$t$	$y_t$	$m_t$	$e_t$	$d_t$
1	509	—	—	—	11	517	0	0	0
2	507	0	1	-1	12	524	1	0	1
3	508	0	0	0	13	526	1	0	1
4	509	0	0	0	14	519	0	0	0
5	518	1	0	1	15	514	0	0	0
6	515	0	0	0	16	510	0	0	0
7	520	1	0	1	17	516	0	0	0
8	519	0	0	0	18	518	0	0	0
9	512	0	0	0	19	524	0	0	0
10	511	0	0	0	20	521	0	0	0

**Задача 1.2.** Ежеквартальная динамика процентной ставки банка в течение 7-ми кварталов представлена в таблице 1.3.

Таблица 1.3 – Процентная ставка банка

$t$	1	2	3	4	5	6	7
$y, \%$	17,0	16,5	15,9	15,5	14,9	14,5	13,8

Требуется:

а) обосновать правомерность использования среднего абсолютного прироста или среднего темпа роста для получения прогнозного значения процентной ставки в 8-м квартале;

б) рассчитать прогнозное значение процентной ставки банка в восьмом квартале, используя один из указанных средних показателей динамики.

2. Рассчитаем цепные абсолютные приросты:

$$\Delta y_2 = 16,5 - 17,0 = -0,5 (\%)$$

$$\Delta y_3 = 15,9 - 16,5 = -0,6 (\%)$$

$$\Delta y_4 = 15,5 - 15,9 = -0,4 (\%)$$

$$\Delta y_5 = 14,9 - 15,5 = -0,6 (\%)$$

$$\Delta y_6 = 14,5 - 14,9 = -0,4 (\%)$$

$$\Delta y_7 = 13,8 - 14,5 = -0,7 (\%)$$

Легко заметить, что цепные абсолютные приросты примерно одинаковы. Они незначительно варьируют от  $-0,7$  до  $-0,4$ , что свидетельствует о близости процесса развития к линейному. Поэтому представляется правомерным оценить прогнозное значение  $y_8$  с помощью среднего абсолютного прироста  $\overline{\Delta y}$ :

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_7 - y_1}{6} = \frac{13,8 - 17}{6} \approx -0,5 (\%)$$

$$y_8 = y_7 + \overline{\Delta y} = 13,8 - 0,5 \approx 13,3 (\%)$$

**Задача 1.3.** Изменение ежеквартальной динамики процентной ставки банка происходило примерно с постоянным темпом роста в течение 7 кварталов. Процентная ставка банка в 1 квартале равнялась 8,3%, а в 7 квартале 14%.

Рассчитайте прогнозное значение процентной ставки банка в 8 квартале используя средний темп роста.

3. Известно, что изменение процентной ставки банка происходило примерно с постоянным темпом роста в течение 7 кварталов. Следовательно, правомерно использовать средний темп роста для расчета прогнозного значения этого показателя. Средний темп роста равен:

$$\begin{aligned}\bar{T} &= \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100\% ; \\ \bar{T} &= \sqrt[6]{\frac{y_7}{y_1}} \cdot 100\% = \sqrt[6]{\frac{14}{8,3}} \cdot 100\% ; \\ \bar{T} &\approx 109,1\%.\end{aligned}$$

Прогноз процентной ставки банка в 8 квартале равен:

$$\begin{aligned}\hat{y}_8 &= y_7 \cdot \bar{T}, \text{ где } \bar{T} \text{ — не в процентном выражении;} \\ \hat{y}_8 &= 14 \cdot 1,091 \approx 15,3\%.\end{aligned}$$